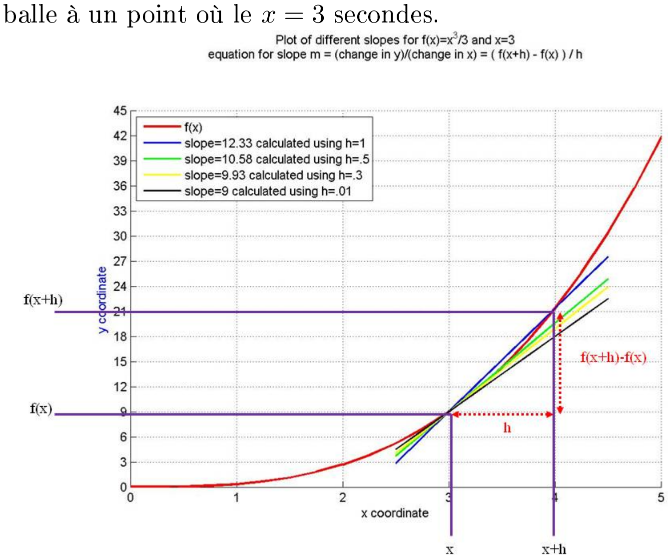
Calculus I, Leçon 1 - Tangentes

Avant que nous commencions à étudier le calculus, nous avons besoin de comprendre les tangentes. Notre premier objectif est de définir une tangente par un point donné dans un graphe. Pour un bon exemple pourquoi les tangentes sont importants, supposons que vous saviez l'équation qui définit la position d'une balle tombant (l'appeler $y$) à tout moment dans le temps, et vous avez voulu savoir la vitesse de la balle tombant à tout instant dans le temps (l'appeler $x$) . Vous pourriez faire un graphique de la distance de chute (partant de la position de la balle) en ce qui concerne au temps variable; c'est le graphe de $y$ en fonction de $x$. Vous verriez que la vitesse de la balle à n'importe quel temps $x$, sera égale à la pente de la ligne tangente d'au point $x$. Nommons la pente $m$.

Ainsi la pente à l'instant $x = m = \frac{\triangle y}{\triangle x}$.

Supposons que le graphique ci-dessous explique la position de la balle à un temps $x$. Supposons également que nous voulons savoir la vitesse (ou la vélocité) de la balle à un point où le $x = 3$ secondes.




Nous pouvons rapprocher de la vitesse instantanée de la balle à tout le temps $x$ en mesurant la pente de la ligne de tangente à la courbe au pointe $x$.
Afin d'accomplir cela, nous allons calculer la pente depuis un certain changement dans le temps appelé $h$. Supposons que $h$ soit un petit changement dans le temps, disons une seconde ou moins. Ensuite, laissez-nous calculer la pente en utilisant l'équation suivante: la pente $m = \frac{\triangle y}{\triangle x} = \frac{f(x+h)-f(x)}{h}$.
Pouvez-vous voir que ces équations sont équivalentes?
Bon, nous allons maintenant laisser Matlab attirer notre graphique et calculer la pente quand $h$ devient de plus en plus petit.
Regardez! Pouvez-vous voir ce qui se passe à la pente quand $h$ devient de plus en plus petit?
Si nous choisissons $h = 1$ seconde et substituer cette valeur de $h$ dans l'équation

nous allons approcher la pente. Maintenant, si nous laissons$h = .5$ seconde, nous allons obtenir une valeur plus précise de la vitesse instantanée au temps $x$. Si nous avons ensuite à nouveau faire $h = .3$ seconde, nous allons obtenir une valeur encore plus précise de la vitesse instantanée au temps $x$. Enfin, si nous laissons $h = .01$ seconde, nous obtiendrons une valeur très précise de la vitesse instantanée au temps $x$.
Donc, nous n'avons pas à nous soucier de l'arithmétique, nous allons laisser le programme informatique nommé Matlab, faire notre travail.
La vraie équation de la distance d'une balle en chute voyage est,
$y = f(x) = \frac{1}{2}gx^2$, où $g$ est une constante de la gravitation et $y$ est la distance tombé .

## Exercices

Voyons voir si vous pouvez simuler les étapes de Matlab, pour certaines équations simples sans l'utilisation d'un ordinateur (bien sûr vous pouvez utiliser une calculatrice, ou d'effectuer l'arithmétique manuellement).

1. $f(x) = x^2$ au point sur le graphique indiqué par $(10, 100)$
2. $f(x) = 10x$ au point sur le graphique indiqué par $(2, 20)$
3. $f(x) = 1$ au point sur le graphique indiqué par $(6, 1)$
4. $f(x) = x^2 + x + 1$ au point sur le graphique indiqué par $(2, 7)$
5. $f(x) = x^3 - 5x^2 + 6x + 3$ au point sur le graphique indiqué par $(1, 5)$